4ono.com

29/3/07

Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—10

M—148A1

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके सामने दर्शाए गए हैं।

(3) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

(4) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Draw diagram wherever it is necessary.

(4) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

4ono.com

1. एक रेखा अक्षों के साथ बराबर कोण बनाती है। इसकी दिक् कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। 2

What are the D.C's of the line equally inclined to the axes ?

2. m के किस मान के लिए $\bar{a}$ और $\bar{b}$ परस्पर लम्ब होंगे, जबकि $\bar{a} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ तथा $\bar{b} = 3\hat{i} - m\hat{j} + 2\hat{k}$. 2

Find m such that $\bar{a}$ and $\bar{b}$ are perpendicular to each other, where

$$\bar{a} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} \text{ and } \bar{b} = 3\hat{i} - m\hat{j} + 2\hat{k}.$$

3. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए $(A')' = A$. 2

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$, then prove that $(A')' = A$.

4. सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0.$$ 2

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0.$$

5. यदि $\bar{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\bar{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ तथा $\bar{c} = \hat{j} + \hat{k}$ तब $[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $\bar{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\bar{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\bar{c} = \hat{j} + \hat{k}$, then find the value of $[\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}]$.

4ono.com

6. यदि $y = \log(\cos x^2)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $y = \log(\cos x^2)$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

7. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x + 30$, R पर वर्धमान है। 2

Show that $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x + 30$ is an increasing fuction on R.

8. $f(x) = 11 - 7 \sin x$ की रेंज (परिसर) ज्ञात कीजिए। 2

Find the range of $f(x) = 11 - 7 \sin x$.

9. अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = 4y$$ को हल कीजिए। 2

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = 4y.$$

10. सह सम्बन्ध एवं समाश्रयण में दो अन्तर लिखिए। 2

Write two differences between Correlation and Regression.

11. यदि (a, 0), (0, b) तथा (1, 1) संरेख हो, तो सारणिक के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि :

$$a + b = ab.$$ 3

If (a, 0), (0, b) and (1, 1) are Collinear, then prove that $a + b = ab$, by using determinants.

12. एक गोले का समीकरण $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 8x + 12y - 16z + 8 = 0$ है, तो इसका केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 3

4ono.com

Find the centre and radius of the following sphere

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 8x + 12y - 16z + 8 = 0.$$

13. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए $(A - 2I)(A - 3I) = 0$. 3

If $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ show that $(A - 2I)(A - 3I) = 0$.

14. सिद्ध कीजिए :

$$\left[\vec{a}+\vec{b}\ \ \vec{b}+\vec{c}\ \ \vec{c}+\vec{a}\right] = 2\left[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}\right].$$ 3

Prove that :

$$\left[\vec{a}+\vec{b}\ \ \vec{b}+\vec{c}\ \ \vec{c}+\vec{a}\right] = 2\left[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}\right].$$

15. सिद्ध कीजिए :

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e,\ x \in R.$$ 3

Prove that :

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e,\ x \in R.$$

16. दो धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका गुणनफल 64 है तथा योग न्यूनतम है। 3

Find two positive numbers whose product is 64 and the sum is minimum.

17. अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2.$$ 3

4ono.com

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2.$$

अथवा *(Or)*

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$3e^x + \tan y \, dx + (1 - e^x) \sec^2 y \, dy = 0.$$

Solve the differential equation :

$$3e^x + \tan y \, dx + (1 - e^x) \sec^2 y \, dy = 0.$$

18. यदि समाश्रयण रेखाओं के बीच का कोण θ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan\theta = \left(\frac{\sigma_x \cdot \sigma_y}{\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2}\right)\left(\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma}\right).$$ 3

If θ is the angle between two regression lines, then prove that :

$$\tan\theta = \left(\frac{\sigma_x \cdot \sigma_y}{\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2}\right)\left(\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma}\right).$$

अथवा *(Or)*

निम्नलिखित आँकड़ों के लिए सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x :	2	3	5	7	3
y :	15	17	4	5	4

3

Find the coefficient of correlation from the following data :

x :	2	3	5	7	3
y :	15	17	4	5	4

4ono.com

19. प्रथम सिद्धान्त से $\sqrt{\sin x}$ का अवकलगुणांक ज्ञात कीजिए। 4

Find the differential coefficient of $\sqrt{\sin x}$ by first principle.

20. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta.$$ 4

Prove by vector method that

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta.$$

21. रेखाओं $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - 3\hat{k}\right)$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{k} + \mu\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। 4

Find the angle between the lines $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - 3\hat{k}\right)$ and $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{k} + \mu\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$.

22. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं (1, -2, 4) तथा (3, -4, 5) से होकर जाता है तथा समतल $x + y - 2z = 6$ पर लम्ब हो। 4

Find the equation of the plane which passes through (1, –2, 4) and (3, –4, 5) and which is perpendicular to the plane $x + y - 2z = 6$.

23. यदि $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$. 4

If $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$, prove that $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$.

अथवा *(Or)*

x के सापेक्ष $\sin^{-1}\left[x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2}\right]$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the differential coefficient with respect to x

$$\sin^{-1}\left[x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2}\right].$$

4ono.com

24. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{1-2\sin x}.$$ 4

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{1-2\sin x}.$$

अथवा *(Or)*

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}.$$

Evaluate :

$$\int \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}.$$

25. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sqrt{\tan x}\, dx.$$ 5

Evaluate :

$$\int \sqrt{\tan x}\, dx.$$

26. यदि y की x पर समाश्रयण रेखा $ax + by + c = 0$ है तथा x की y पर समाश्रयण रेखा $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $ab_1 \leq a_1b$. 5

If the regression line of y on x is $ax + by + c = 0$ and that of x on y is $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, then prove that $ab_1 \leq a_1b$.

4ono.com

27. 52 पत्तों की ताश की अच्छी तरह फेंटी हुई गड्डी में से 1 पत्ता निकाल कर परिणाम अंकित किया जाता है, फिर पत्ते को गड्डी में रखकर फेंट दी जाती है। 1 पत्ता फिर निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(क) दोनों इक्के हों।

(ख) दोनों पत्ते एक ही तरह के हों।

(ग) पहला पत्ता हुकुम का तथा दूसरा काले रंग का बादशाह हो। 5

A card is drawn from a well shuffled deck of 52 cards. The outcome is noted, the card is replaced and the deck is reshuffled. Another card is drawn from the deck. Find the probability that :

(a) Both the cards are aces.

(b) Both the cards are of same suit.

(c) The first card is a spade and the second card is a black king.

अथवा *(Or)*

एक पाँसा दो बार फेंका जाता है। प्रत्येक फेंक में विषम संख्या आने पर 'सफलता' मानी जाती है। सफलताओं की प्रायिकता वितरण ज्ञात कीजिए।

A die is thrown twice. A success is an odd number on each throw. Find the probability distribution of the number of successes.

28. एक नदी की चौड़ाई 80 मी. है। इसके एक तट से x दूरी पर नदी की गहराई y है। x के विभिन्न मानों के लिए y के विभिन्न मान निम्नांकित सारणी में हैं :

x :	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y :	0	4	7	9	12	15	14	8	3

सिम्पसन नियम की सहायता से नदी के अनुप्रस्थ काट का अनुमानित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

A river is 80 m wide. The depth y in meters at a distance x from one bank is given by the following table :

x :	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y :	0	4	7	9	12	15	14	8	3

Find the approximate area of cross section by the Simpson's rule.

अथवा *(Or)*

न्यूटन-रैफसन विधि से 12 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

Find the square root of 12 by Newton-Raphson's method.

29. निम्नांकित रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}\right)$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu\left(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}\right).$$ 6

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}\right)$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu\left(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}\right).$$

अथवा *(Or)*

उस गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं A(2, – 3, 4) तथा B(– 5, 6, –7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को व्यास मानकर खींचा गया है। गोले के समीकरण के कार्तीय रूप का निगमन कीजिए। गोले का केन्द्र एवं त्रिज्या भी ज्ञात कीजिए।

Find the vector equation of a sphere described on the join of the points A(2, – 3, 4) and B(– 5, 6, –7) as the opposite ends of a diameter. Deduce the equation in Cartesian form. Find also the centre and radius of the sphere.

30. सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{8}\log^2.$$ 6

Prove that :

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{8}\log^2.$$

अथवा *(Or)*

वक्र $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region enclosed by

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

Total No. of Questions—30]

[Total No. of Printed Pages—10

M—148B1

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके सामने दर्शाए गए हैं।

(3) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

(4) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Draw diagram wherever it is necessary.

(4) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

1. सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0.$$ 2

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0.$$

2. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, तो 3A – 4B का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, then find the value of 3A – 4B.

3. दो रेखाओं के दिक् अनुपात क्रमशः 2, 3, 6 तथा 1, 2, 2 हैं। इनके बीच का न्यूनकोण ज्ञात कीजिए। 2

Find the acute angle between two lines whose direction ratios are 2, 3, 6 and 1, 2, 2 respectively.

4. यदि P तथा Q के निर्देशांक क्रमशः (4, 1, 7) तथा (2, 2, 3) हैं, सदिश $\overrightarrow{PQ}$ ज्ञात करके इसका मापांक ज्ञात कीजिए। 2

If the coordinates of P and Q are respectively (4, 1, 7) and (2, 2, 3), find the vector $\overrightarrow{PQ}$ and compute its magnitude.

5. यदि $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}-\vec{b}|$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a}$ और $\vec{b}$ परस्पर लम्बवत् है। 2

If $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}-\vec{b}|$, show that the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular to each other.

6. f(x) = 11 − 7 sin x की रेंज (परिसर) ज्ञात कीजिए। 2

Find the range of f(x) = 11 − 7 sin x.

7. log log log x का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

Find the differential coefficient of log log log x with respect to "x".

8. एक कण द्वारा t सेंकण्ड में S सेमी. दूरी तय की जाती है तथा $S = 5t^3 + 2t^2$, तब 3 सेकण्ड के अन्त में वेग व त्वरण ज्ञात कीजिए। 2

The distance S centimetres travelled by a particle in t seconds is given by $S = 5t^3 + 2t^2$. Find its velocity and acceleration at the end of 3 seconds.

9. सिद्ध कीजिए कि समीकरण

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$$ का हल y = 4 sin 3x है। 2

Verify that the solution of equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0 \text{ is } y = 4 \sin 3x.$$

10. दो चर x और y के बीच Cov (x, y) की गणना कीजिए, जबकि $\Sigma x_i = 15$, $\Sigma y_i = 36$, $\Sigma x_i y_i = 110$ n = 5. 2

Find Cov (x, y) between two variables x and y from the following data : $\Sigma x_i = 15$, $\Sigma y_i = 36$, $\Sigma x_i y_i = 110$ n = 5.

11. सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3.$$ 3

Prove that :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3.$$

12. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए $(A - 2I)(A - 3I) = 0$. 3

If $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, show that $(A - 2I)(A - 3I) = 0$.

13. मूल बिन्दु से गुजरने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो समतलों $x + 2y - z = 1$ तथा $3x - 4y + z = 5$ पर लम्ब हो। 3

Find the equation of the plane passing through the origin and perpendicular to each of the planes $x + 2y - z = 1$ and $3x - 4y + z = 5$.

14. ΔABC में सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि :

$$C = a \cos B + b \cos A.$$ 3

In ΔABC prove that by vectors that

$$C = a \cos B + b \cos A.$$

15. मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \to 0} \frac{6^x - 1}{\sqrt{3 - x} - \sqrt{3}}.$$ 3

Find the value :

$$\lim_{x \to 0} \frac{6^x - 1}{\sqrt{3 - x} - \sqrt{3}}.$$

16. $f(x) = \cos x + \sin x$ का अंतराल $0 \le x \le \pi$ में उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए। 3

Determine the maximum and minimum values of

$$f(x) = \cos x + \sin x, \text{ in } 0 \le x \le \pi.$$

17. अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0.$$ 3

Solve the differential equation :

$$\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0.$$

अथवा *(Or)*

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1.$$

Solve the differential equation :

$$\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1.$$

18. सहसम्बन्ध गुणांक P का मान ज्ञात कीजिए :

x :	–10	– 5	0	5	10
y :	5	9	7	11	13

3

Calculate the Correlation coefficient of P from the following data :

x :	–10	– 5	0	5	10
y :	5	9	7	11	13

अथवा *(Or)*

समाश्रयण रेखाओं $2x - 9y + 6 = 0$ एवं $x - 2y + 1 = 0$ के लिए सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कीजिए।

If two regression lines are $2x - 9y + 6 = 0$ and $x - 2y + 1 = 0$, then find the Coefficient of correlation between them.

19. उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो गोले $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ से संकेन्द्रीय हैं तथा जिसकी त्रिज्या इस गोले की त्रिज्या से तीन गुनी है। 4

Find the equation of the sphere concentric with

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$$

and whose radius is triple of this sphere.

20. रेखाओं $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - 3\hat{k}\right)$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{k} + \mu\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। 4

Find the angle between the lines $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - 3\hat{k}\right)$ and $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{k} + \mu\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$.

21. सदिश विधि से समकोण त्रिभुज के लिए पाइथागोरस प्रमेय सिद्ध कीजिए। 4

Prove Pythagorus theorem by vector method.

22. यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$. 4

If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, prove that $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$.

23. यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}.$$ 4

If $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$, prove that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}.$$

अथवा (*Or*)

यदि $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \ldots\ldots\infty}}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}.$$

If $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \ldots\ldots\infty}}}$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}.$$

24. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x}\, dx.$$ 4

Find the value :

$$\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x}\, dx.$$

अथवा ***(Or)***

$\int \frac{dx}{5 + 4\cos x}$ का मान ज्ञात कीजिए :

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{5 + 4\cos x}.$$

25. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sqrt{\tan x}\, dx.$$ 5

Evaluate :

$$\int \sqrt{\tan x}\, dx.$$

26. निम्नलिखित आँकड़ों से y का मान ज्ञात कीजिए जबकि x = 12 :

श्रेणी	x	y
माध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

एवं सह-सम्बन्ध गुणांक P = 0.99. 5

Estimate the value of y from the following data, when x = 12 :

Series	x	y
Mean	7.6	14.8
S. D.	3.6	2.5

and Correlation coefficient P = 0.99.

27. यदि P(A) = 0.8, P(B) = 0.6 तथा P(A + B) = 0.5 हो, तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

(क) $P\left(\frac{A}{B}\right)$

(ख) $P\left(\frac{B}{A}\right)$

(ग) $P(A \cup B)$. 5

If P(A) = 0.8, P(B) = 0.6 and P(A + B) = 0.5, then find the value of the following :

(a) $P\left(\frac{A}{B}\right)$

(b) $P\left(\frac{B}{A}\right)$

(c) $P(A \cup B)$.

अथवा (Or)

दो घनाकार पांसे एक साथ फेंके जाते हैं। पहले पांसे पर विषम संख्या अथवा दोनों पांसों की ऊपरी संख्याओं का योग 9 प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Two cubical dice are thrown simultaneously. Find the probability of getting odd number on the first die or getting the sum 9 on the two dice.

28. न्यूटन-रैफसन विधि से $\sqrt{12}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the real root of $\sqrt{12}$ by Newton-Raphson's method.

अथवा (Or)

दिया गया है :

x :	1	1.5	2	2.5	3
y :	2.1	2.4	2.2	2.8	3

5

तब $\int_1^3 y\,dx$ का मान सिम्पसन नियम से ज्ञात कीजिए।

Given that :

x :	1	1.5	2	2.5	3
y :	2.1	2.4	2.2	2.8	3

Find the value of $\int_1^3 y\,dx$ by the Simpson's rule.

29. एक रेखा घन के चारों विकर्णों के साथ क्रमशः कोण α, β, γ व δ बनाती है। सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma + \sin^2\delta = \frac{8}{3}.$$ 6

P. T. O.

A line makes angles α, β, γ and δ with the diagonals of a cube, then prove that :

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma + \sin^2\delta = \frac{8}{3}.$$

अथवा *(Or)*

एक गोला बिन्दुओं (1, – 3, 4), (1, – 5, 2), (1, – 3, 0) से गुजरता है, इसका केन्द्र x + y + z = 0 पर स्थित है। गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of a sphere passing through the points (1, – 3, 4), (1, – 5, 2), (1, – 3, 0) and its centre lying on the plane x + y + z = 0.

30. सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}\,dx = \frac{\pi}{12}.$$ 6

Prove that :

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}}\,dx = \frac{\pi}{12}.$$

अथवा *(Or)*

परवलय $y^2 = 4ax$ तथा $x^2 = 4ay$ के बीच घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area included between the curves $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—10

M—148C1

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के अंक उनके सामने दर्शाए गए हैं।

(3) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

(4) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Draw diagram wherever it is necessary.

(4) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

1. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, तो AB का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, then find the value of AB.

2. सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0.$$ 2

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0.$$

3. बिन्दु (1, 2, 3) की y–अक्ष से लम्बवत् दूरी ज्ञात कीजिए। 2

Find the perpendicular distance of point (1, 2, 3) from y-axis.

4. उस गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका केन्द्र $\left(\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}\right)$ तथा त्रिज्या 4 इकाई हो। 2

Find the vector equation of the sphere with centre $\left(\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}\right)$ and radius 4 units.

5. यदि $\vec{a} = 2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i}+2\hat{j}$ हो, तो $\vec{a}\times\vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $\vec{a} = 2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i}+2\hat{j}$, find the value of $\vec{a}\times\vec{b}$.

6. यदि $y = \log_e (\log_e \sin x)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $y = \log_e (\log_e \sin x)$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

7. $f(x) = 11 - 7 \sin x$ की रेंज (परिसर) ज्ञात कीजिए। 2

Find the range of $f(x) = 11 - 7 \sin x$.

8. सिद्ध कीजिए कि फलन $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ सभी वास्तविक संख्याओं के लिए वर्धमान है। 2

Prove that the function $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ is increasing on R, the set of real numbers.

9. अवकल समीकरण

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 = 0$$ की कोटि व घात लिखिए। 2

State the order and degree of the differential equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 = 0.$$

10. सिद्ध कीजिए कि सह-सम्बन्ध गुणांक समाश्रयण गुणांकों का गुणोत्तर माध्य होता है। 2

Prove that Correlation coefficient is the geometric mean of the Regression coefficients.

11. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए $(A - 2I)(A - 3I) = 0$. 3

If $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, show that $(A - 2I)(A - 3I) = 0$.

12. सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a).$$ 3

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a).$$

13. समान्तर समतलों $2x - 2y + z + 3 = 0$ तथा $4x - 4y + 2z + 5 = 0$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। 3

Find the distance between the parallel planes $2x - 2y + z + 3 = 0$ and $4x - 4y + 2z + 5 = 0$.

14. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (1, 2, 4), (2, 5, −1) तथा (3, 8, − 6) सरेख हैं। 3

Prove that the points (1, 2, 4), (2, 5, −1) and (3, 8, − 6) are collinear.

15. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

की गणना कीजिए। 3

Evaluate :

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}.$$

16. परिवर्तनशील घन की कोर में 2 सेमी/सेकण्ड की दर से वृद्धि हो रही है। घन के आयतन में वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए, जबकि कोर 5 सेमी हो। 3

The edge of a variable cube is increasing at the rate of 2 cm/s. How fast is the volume of the cube increasing, when the edge is 5 cm long.

17. अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$(e^x + e^{-x}) \frac{dy}{dx} = (e^x - e^{-x}).$$ 3

Solve the differential equation :

$$(e^x + e^{-x}) \frac{dy}{dx} = (e^x - e^{-x}).$$

अथवा *(Or)*

समीकरण

$\frac{dy}{dx} + y = e^x$ को हल कीजिए।

Solve the equation :

$$\frac{dy}{dx} + y = e^x.$$

18. सिद्ध कीजिए कि सहसम्बन्ध गुणांक का मान –1 से +1 के बीच होता है। 3

Prove that the value of Correlation coefficient lies between –1 to +1.

अथवा *(Or)*

दो समाश्रयण रेखाओं के समीकरण निम्नानुसार हैं :

$4x + 3y + 7 = 0$ तथा $3x + 4y + 8 = 0$, तो

समाश्रयण गुणांक b_{yx} तथा b_{xy} तथा सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

Equations of two lines of regression are $4x + 3y + 7 = 0$ and $3x + 4y + 8 = 0$, then find Regression coefficient b_{yx} and b_{xy} and Correlation coefficient.

19. रेखाओं $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - 3\hat{k}\right)$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{k} + \mu\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। 4

Find the angle between the lines $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \lambda\left(2\hat{i} - 3\hat{k}\right)$ and $\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{k} + \mu\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$.

20. एक गोले का केन्द्र (3, 6, – 4) है। यह समतल $2x - 2y - z - 10 = 0$ को स्पर्श करता है। गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए। 4

Find the equation of the sphere with centre (3, 6, – 4) and touching the plane $2x - 2y - z - 10 = 0$.

21. यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$. 4

If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, prove that $x^2y_2 + xy_1 + y = 0$.

22. यदि ΔABC का केन्द्रक G है, तो सिद्ध कीजिए कि $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. 4

If G is the centroid of ΔABC, prove that $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

23. प्रथम सिद्धान्त से $f(x) = \tan^{-1} x$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 4

Find the differential coefficient of $f(x) = \tan^{-1} x$ by first principle.

अथवा *(Or)*

यदि $x^y = e^{x-y}$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+\log x)^2}.$$

If $x^y = e^{x-y}$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+\log x)^2}.$$

24. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 5x + 7}}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Find the value of :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 5x + 7}}.$$

अथवा *(Or)*

$\int \frac{x^2 + 1}{x^4 - x^2 + 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए :

Find the value of :

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^4 - x^2 + 1} dx.$$

25. निम्नांकित आँकड़ों के लिए y के x पर तथा x के y पर समाश्रयण गुणांकों की गणना कीजिए :

x :	3	5	6	6	9
y :	2	3	4	6	5

5

Estimate the Coefficient of regression of y on x and that of x on y given the following data :

x :	3	5	6	6	9
y :	2	3	4	6	5

26. मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\int \sqrt{\tan x}\, dx.$$

Evaluate :

$$\int \sqrt{\tan x}\, dx.$$

27. 52 पत्तों की फेंटी हुई ताश की गड्डी में से 2 पत्ते निकाले जाते हैं। दोनों के लाल या इक्के होने की क्या प्रायिकता है ? 5

Two cards are drawn at random from a well-shuffled pack of 52 cards. What is the probability that either both are red or both are Ace ?

अथवा *(Or)*

"A" 75% स्थितियों में सत्य बोलता है तथा "B" 80% स्थितियों में सत्य बोलता है। कितने प्रतिशत स्थितियों में एक तथ्य को बोलने में एक दूसरे का विरोध करेंगे ?

"A" speaks truth in 75% conditions and "B" speaks truth in 80% conditions. In how many percentage of conditions they will contradict each other in speaking one statement ?

28. कोई वक्र निम्न बिन्दुओं से होकर जाता है :

x :	1	2	3	4
y :	1	4	9	16

तो वक्र द्वारा $x = 1$ तथा $x = 4$ से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल समलम्ब चतुर्भुजीय नियम से ज्ञात कीजिए। 5

A curve passes through the following points :

x :	1	2	3	4
y :	1	4	9	16

–10

then find the area bounded by the curve at x = 1 and x = 4 by trapezoidal rule.

अथवा (*Or*)

न्यूटन-रैफसन विधि से 10 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

Find the cube root of 10 by Newton-Raphson's method.

29. रेखाओं

$$\frac{x-6}{3}=\frac{y-7}{-1}=\frac{z-4}{1} \text{ और } \frac{x}{-3}=\frac{y+9}{2}=\frac{z-2}{4}$$

6

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-6}{3}=\frac{y-7}{-1}=\frac{z-4}{1} \text{ and } \frac{x}{-3}=\frac{y+9}{2}=\frac{z-2}{4}.$$

अथवा (*Or*)

उन रेखाओं के बीच कोण ज्ञात कीजिए, जिनकी दिक् कोज्याएँ निम्नांकित समीकरणों द्वारा निर्धारित है :

$$3l + m + 5n = 0, \; 6mn - 2nl + 5lm = 0.$$

Find the angle between those lines whose d.c's are given by equations :

$$3l + m + 5n = 0, \; 6mn - 2nl + 5lm = 0.$$

P. T. O.

30. $\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx$

का मान ज्ञात कीजिए। 6

Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx.$$

अथवा *(Or)*

परवलय $y^2 = 4ax$ और रेखा $y = mx$ के बीच घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area enclosed between parabola $y^2 = 4ax$ and line $y = mx$.

Total No. of Questions—30]

[Total No. of Printed Pages—8

M—149A2

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के सामने उनके अंक दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल करने हैं।

(4) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

(5) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to instructions given therein.

(4) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

(5) Draw diagram wherever it is necessary.

1. $\begin{vmatrix} 1 & \log y^x \\ \log x^y & 1 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find the value of $\begin{vmatrix} 1 & \log y^x \\ \log x^y & 1 \end{vmatrix}$.

2. यदि A = [1, 2, 3] तथा $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ हो, तो B′A′ का मान निकालिए। 2

If A = [1, 2, 3] and $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, then find the value of B′A′.

3. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (1, 2, 3), (4, 0, 4) तथा (-2, 4, 2) सरिखीय हैं। 2
Prove that the points (1, 2, 3), (4, 0, 4) and (– 2, 4, 2) are collinear.

4. सदिश $(\hat{i} - 2\hat{j})$ के समान्तर एकांक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

Find a unit vector parallel to the vector $(\hat{i} - 2\hat{j})$.

5. यदि $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 5$ तथा $|\bar{a} \times \bar{b}| = 8$ हों, तो $\bar{a} \cdot \bar{b}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 5$ and $|\bar{a} \times \bar{b}| = 8$, then find the value of $\bar{a} \cdot \bar{b}$.

6. यदि $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$. 2

If $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$, then prove that $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.

7. x के सापेक्ष y = log (log x) का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2
Find the differential coefficient of y = log (log x) with respect to x.

8. लैग्रांज की मध्यमान प्रमेय को लिखिए। 2
State Lagrange's mean value theorem.

9. यदि $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^3y}{dx^3} = 6$. 2

If $y = x^3 + ax^2 + bx + c$, then prove that $\frac{d^3y}{dx^3} = 6$.

10. यदि दो समाश्रयण गुणांक क्रमशः 0.8 व 0.2 हों, तो सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

If two regression coefficients are 0.8 and 0.2 respectively, then find correlation coefficient.

11. यदि x, y और z भिन्न हों तथा $\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ हों, तो सिद्ध कीजिए कि $xyz = -1$. 3

If x, y and z are distinct and $\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$, then prove that $xyz = -1$.

12. मैट्रिक्स विधि से समीकरण हल कीजिए : 3

$x + y = 9, \quad 2x + y = 12.$

Solve the equation by Matrix method :

$x + y = 9, \quad 2x + y = 12.$

13. सिद्ध कीजिए कि एक घन के किन्हीं दो विकर्णों के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है। 3

Prove that the angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$.

14. ΔABC के शीर्ष A, B व C के स्थिति सदिश क्रमशः $\bar{a}$, $\bar{b}$ व $\bar{c}$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि इसके केन्द्रक का स्थित सदिश $\frac{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}{3}$ है। 3

If the position vectors of vertices A, B and C of ΔABC are respectively $\bar{a}$, $\bar{b}$ and $\bar{c}$, prove that the position vector of the centroid is $\frac{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}{3}$.

15. मान ज्ञात कीजिए : 3

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}.$$

Find the value of :

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}.$$

16. एक वृत्तीय प्लेट की त्रिज्या 0.2 से.मी. प्रति सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। जब त्रिज्या 10 से.मी. हो, तो प्लेट के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए। 3

The radius of a circular plate is increasing at the rate of 0.2 cm/sec. At what rate is the area increasing when the radius of the plate is 10 cm ?

17. अवकल समीकरण को हल कीजिए : 3

$$\frac{dy}{dx} - 4y = e^x.$$

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} - 4y = e^x.$$

अथवा *(Or)*

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(1 + \cos x)dy = (1 - \cos x)dx.$$

Solve the differential equation :

$$(1 + \cos x)dy = (1 - \cos x)dx.$$

18. यदि cov(x, y) = – 2.25, var(x) = 6.25, var(y) = 20.25 हों, तो सहसम्बन्ध गुणांक p(x . y) ज्ञात कीजिए तथा सहसम्बन्ध की प्रकृति भी बताइए। 3

If cov(x, y) = – 2.25, var(x) = 6.25, var(y) = 20.25, then find the coefficient of correlation p(x . y) and also find the nature of correlation.

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि सहसम्बन्ध गुणांक समाश्रयण गुणांकों का गुणोत्तर माध्य होता है।

Prove that the correlation coefficient is the geometric mean of regression coefficients.

19. एक चर समतल मूल बिन्दु से 3P दूरी पर रहता है तथा निर्देशांक अक्षों को बिन्दुओं A, B, C पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए कि ΔABC के केन्द्रक का बिन्दु पथ $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = p^{-2}$ है। 4

A variable plane which remains at a constant distance 3P from the origin cuts the coordinate axes at A, B, C. Prove that the locus of the centroid of triangle ABC is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = p^{-2}$.

20. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए : 4

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta.$$

Prove by vector method :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta.$$

21. ज्ञात कीजिए कि रेखाएँ $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ तथा $\vec{r} = 4\hat{i} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k})$ प्रतिच्छेदी हैं। 4

Determine whether the pair of lines $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ and $\vec{r} = 4\hat{i} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k})$ intersect.

22. यदि $y = \cot^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x}\right]$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4

If $y = \cot^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x}\right]$, then find $\frac{dy}{dx}$.

23. $\tan^{-1} x$ का प्रथम सिद्धान्त से अवकलन कीजिए। 4

Differentiate $\tan^{-1} x$ by first principle.

अथवा *(Or)*

यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}.$$

If $\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1-y^2}=a(x-y)$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}.$$

24. मान ज्ञात कीजिए : 4

$$\int x^2 \sin^{-1} x \, dx.$$

Find the value of :

$$\int x^2 \sin^{-1} x \, dx.$$

अथवा *(Or)*

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\cos^5 x \sin^3 x} \, dx.$$

Find the value of :

$$\int \frac{1}{\cos^5 x \sin^3 x} \, dx.$$

25. मान ज्ञात कीजिए : 5

$$\int \frac{3x+1}{2x^2-2x+3} \, dx.$$

Find the value of :

$$\int \frac{3x+1}{2x^2-2x+3} \, dx.$$

26. निम्नांकित सारणी द्वारा ग्वालियर में 70 रु. मूल्य के संगत भोपाल में सर्वाधिक उचित मूल्य ज्ञात कीजिए : 5

	ग्वालियर	भोपाल
औसत मूल्य	65	67
मानक विचलन	2.5	3.5

दो नगरों में वस्तु के मूल्यों में सहसम्बन्ध गुणांक 0.8 है।

An article costs Rs. 70 at Gwalior. Find the corresponding most appropriate value at Bhopal using the following data :

	Gwalior	Bhopal
Mean value	65	67
Standard deviation	2.5	3.5

The correlation between the values at two cities is 0.8.

27. एक साक्षात्कार में एक पद हेतु पति एवं पत्नी शामिल हुए। पति के चुने जाने की प्रायिकता 1/4 है, जबकि पत्नी के चुने जाने की प्रायिकता 1/6 है। उनमें से किसी के भी न चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

A husband and his wife attended an interview for a post. Probability of the husband being selected is 1/4, whereas that of the wife is 1/6. Find the probability that none of them will be selected.

अथवा *(Or)*

दो पाँसे एक साथ फेंके जाते हैं। प्रत्येक पाँसे पर 'सम संख्या या योग 9' आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Two dice are tossed together. Find the probability of getting 'even number on each die' or the sum of 9.

28. एक नदी की चौड़ाई 80 मी. है। इसके एक तट से x दूरी पर नदी की गहराई y है। x के विभिन्न मानों के लिए y के विभिन्न मान निम्नांकित सारणी में हैं : 5

x :	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y :	0	4	7	9	12	15	14	8	3

सिम्पसन नियम की सहायता से नदी के अनुप्रस्थ काट का अनुमानित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

A river is 80 m wide. The depth y at a distance x from one bank is given by the following data :

x	:	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y	:	0	4	7	9	12	15	14	8	3

Find the approximate area of cross section by Simpson rule.

अथवा *(Or)*

न्यूटन-रैफसन विधि से 10 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

Find the square root of 10 by Newton-Raphson's method.

29. सरल रेखाओं $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ और $\frac{x-2}{3}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-5}{5}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4} \text{ and } \frac{x-2}{3}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-5}{5}.$$

अथवा *(Or)*

एक समतल अचर बिन्दु (a, b, c) से गुजरता है और अक्षों को A, B, C पर काटता है। सिद्ध कीजिए कि गोले OABC के केन्द्र का बिन्दु पथ $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=2$ है।

A plane passes through the fixed points (a, b, c) and cuts the axes at A, B, C. Prove that the locus of the centre of the sphere OABC is $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=2$.

30. सिद्ध कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$ 6

Prove that : $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$

अथवा *(Or)*

वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the whole area of circle $x^2 + y^2 = a^2$.

M—149B2

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के सामने उनके अंक दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल करने हैं।

(4) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

(5) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to instructions given therein.

(4) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

(5) Draw diagram wherever it is necessary.

1. बिन्दु (2, 6, 8) की XOY समतल से दूरी ज्ञात कीजिए। 2

Find the distance of the points (2, 6, 8) from XOY plane.

2. यदि दो समाश्रयण गुणांक क्रमशः 0.8 व 0.2 हों, तो सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

If two regression coefficients are 0.8 and 0.2 respectively, then find correlation coefficient.

3. हल कीजिए : $\frac{d^2y}{dx^2} = x.$ 2

Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} = x.$

4. $\begin{vmatrix} 1 & \log y^x \\ \log x^y & 1 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find the value of $\begin{vmatrix} 1 & \log y^x \\ \log x^y & 1 \end{vmatrix}$.

5. $y = x(5 - x)$, x के किस मान के लिए उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ हैं ? 2

For what value of x, $y = x(5 - x)$ is maximum or minimum ?

6. यदि $A = [1, 2, 3]$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ हो, तो $B'A'$ का मान निकालिए। 2

If $A = [1, 2, 3]$ and $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, then find the value of $B'A'$.

7. यदि $\vec{AO} + \vec{OB} = \vec{BO} + \vec{OC}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि A, B, C संरेख हैं। 2

If $\vec{AO} + \vec{OB} = \vec{BO} + \vec{OC}$, then prove that the point A, B, C are collinear.

8. यदि $f(x) = \log e^x$, जबकि $x > 0$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $f(uvw) = f(u) + f(v) + f(w)$। 2

If $f(x) = \log e^x$, when $x > 0$, then prove that $f(uvw) = f(u) + f(v) + f(w)$.

9. x के सापेक्ष $y = \sin^{-1}\frac{x}{9}$ का अवकलन कीजिए। 2

Find the differential coefficient of $y = \sin^{-1}\frac{x}{9}$ with respect to x.

10. सदिश $(\hat{i}-2\hat{j})$ के समान्तर एकांक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

Find a unit vector parallel to the vector $(\hat{i}-2\hat{j})$.

11. एक वृत्तीय प्लेट की त्रिज्या 0.2 से.मी. प्रति सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। जब त्रिज्या 10 से.मी. हो, तो प्लेट के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए। 3

The radius of a circular plate is increasing at the rate of 0.2 cm/sec. At what rate is area increasing when the radius of the plate is 10 cm ?

12. यदि $a \neq p, b \neq q, c \neq r$ और $\begin{vmatrix} p & b & c \\ a & q & c \\ a & b & r \end{vmatrix} = 0$ हो, तो $\frac{p}{p-a}+\frac{q}{q-b}+\frac{r}{r-c}$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

If $a \neq p, b \neq q, c \neq r$ and $\begin{vmatrix} p & b & c \\ a & q & c \\ a & b & r \end{vmatrix} = 0$, then evaluate $\frac{p}{p-a}+\frac{q}{q-b}+\frac{r}{r-c}$.

13. एक रेखा अक्षों के साथ α, β व γ कोण बनाती है। सिद्ध कीजिए कि

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2.$$ 3

Prove that $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$, where α, β and γ are the angles that a line makes with coordinate axes.

14. यदि ΔABC के शीर्षों के स्थिति सदिश $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि ΔABC का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\left[\bar{b}\times\bar{c}+\bar{c}\times\bar{a}+\bar{a}\times\bar{b}\right]$ है। 3

If position vector of vertices of ΔABC are $\bar{a}$, $\bar{b}$ and $\bar{c}$, then prove that the area of ΔABC is $=\frac{1}{2}\left[\bar{b}\times\bar{c}+\bar{c}\times\bar{a}+\bar{a}\times\bar{b}\right]$.

15. मैट्रिक्स विधि से समीकरण हल कीजिए : 3

$$x + y = 9,\ 2x + y = 12.$$

Solve the equation by Matrix method :

$$x + y = 9,\ 2x + y = 12.$$

16. $\lim_{x \to \pi/2} (\sec x - \tan x)$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

Find the value of $\lim_{x \to \pi/2} (\sec x - \tan x)$.

17. निम्नांकित आँकड़ों के आधार पर cov(x, y) की गणना कीजिए : 3

(1, 12), (2, 7), (3, 9), (4, 6), (5, 12), (6, 8), (7, 16), (8, 3), (9, 20), (10, 2).

Find cov(x, y) for the following data :

(1, 12), (2, 7), (3, 9), (4, 6), (5, 12), (6, 8), (7, 16), (8, 3), (9, 20), (10, 2).

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि समाश्रयण गुणांकों का समान्तर माध्य, सहसम्बन्ध गुणांक से बड़ा होता है।

Prove that the Arithmetic mean of regression coefficient is greater than correlation coefficient.

18. अवकल समीकरण हल कीजिए : 3

$$\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0.$$

Solve the differential equation :

$$\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0.$$

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि $y = e^{-3x}$ अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 9y = 0$ का एक हल है।

Prove that $y = e^{-3x}$ is a solution of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 9y = 0$.

19. एक चर समतल मूल बिन्दु से P दूरी पर रहता है तथा अक्षों को A, B तथा C बिन्दुओं पर काटता है। चतुष्फलक OABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16P^{-2}$ है। सिद्ध कीजिए। 4

A variable plane is at a constant distance P from origin and meet the axes in A, B and C. Prove that the locus of the centroid of the tetrahedron OABC is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16P^{-2}$.

20. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए : 4

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta.$$

Prove that by vector method :

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta.$$

21. गोले $|\vec{r}| = 3$ पर समतल $\vec{r}.(2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}) = 5$ द्वारा काटे गये वृत्तीय परिच्छेद की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 4

Find the radius of circular section of the sphere $|\vec{r}| = 3$ by the plane $\vec{r}.(2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}) = 5$.

22. यदि $y = \sin^{-1}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{2}$ हो, तो $\dfrac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4

If $y = \sin^{-1}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{2}$, then find $\dfrac{dy}{dx}$.

23. $\cot^{-1}x$ का प्रथम सिद्धान्त से अवकलन कीजिए। 4

Differentiate $\cot^{-1}x$ by first principle.

अथवा *(Or)*

यदि $\sin y = x\cos(a + y)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\cos a}.$$

If $\sin y = x\cos(a + y)$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\cos a}.$$

24. $\int \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Find the value of $\int \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} dx$.

अथवा *(Or)*

$\int \frac{dx}{3+4 \sin x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{dx}{3+4 \sin x} dx$.

25. $\int \frac{x^2+1}{x^4-x^2+1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

Find the value of $\int \frac{x^2+1}{x^4-x^2+1} dx$.

26. किसी फर्म के विज्ञापन में खर्च और बिक्री के आँकड़े निम्न प्रकार प्राप्त हुए : 5

	बिक्री (करोड़ रु. में)	विज्ञापन (करोड़ रु. में)
माध्य	40	6
मानक विचलन	10	1.5
सहसम्बन्ध गुणांक	P = 0.9	

यदि प्रस्तावित विज्ञापन खर्च 10 करोड़ रु. हो, तो बिक्री बताइए।

The following data gives sale and expenses in advertisement of any firm :

	Sale (in crores)	Advertisement (in crores)
Mean	40	6
Standard deviation	10	1.5
Coefficient of correlation	P = 0.9	

If expenditure is Rs. 10 crores in the proposed advertisement, then find the anticipated sale.

27. एक थैले में 8 लाल तथा 5 सफेद गेंदें हैं। इसमें से 3 गेंदें यादृच्छया निकाली जाती हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जब : 5

(i) तीनों सफेद हों

(ii) तीनों लाल हों

(iii) एक लाल व दो सफेद हों।

A bag contains 8 red and 5 white balls. Three balls are drawn at random. Find the probability that :

(i) All three balls are white

(ii) All three balls are red

(iii) One ball is red and two balls are white.

अथवा *(Or)*

52 पत्तों की फेंटी हुई ताश की गड्डी में से 2 पत्ते निकाले जाते हैं। दोनों के लाल या इक्के होने की प्रायिकता क्या है ?

Two cards are drawn at random from a well-shuffled pack of 52 cards. What is the probability that either both are red or both are an ace.

28. दिया गया है : 5

x :	1	1.5	2	2.5	3
y :	2.1	2.4	2.5	2.8	3

तब $\int_1^3 y\,dx$ का मान सिम्पसन नियम से ज्ञात कीजिए।

Given that :

x :	1	1.5	2	2.5	3
y :	2.1	2.4	2.5	2.8	3

Find the value of $\int_1^3 y\,dx$ by Simpson's rule.

अथवा *(Or)*

12 का वर्गमूल न्यूटन रेफसन विधि से ज्ञात कीजिए।

Find the square root of 12 by Newton Raphson's method.

29. सिद्ध कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$ 6

Prove that : $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$

अथवा *(Or)*

वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the whole area of circle $x^2 + y^2 = a^2$.

30. बिन्दु (2, −1, 5) से रेखा $\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+8}{-11}$ पर खींचे गए लम्ब का पाद तथा लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 6

Find the foot of the perpendicular drawn from the point (2, −1, 5) to the line $\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+8}{-11}$ and find the length of perpendicular also.

अथवा *(Or)*

एक गोला बिन्दुओं (1, −3, 4), (1, −5, 2), (1, −3, 0) से गुजरता है, इसका केन्द्र $x + y + z = 0$ पर स्थित है। गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of sphere passing through the points (1, −3, 4), (1, −5, 2), (1, −3, 0) and its centre lying on the plane $x + y + z = 0$.

Total No. of Questions—30] [Total No. of Printed Pages—8

M—149C2

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 100

निर्देश :

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) सभी प्रश्नों के सामने उनके अंक दर्शाए गए हैं।

(3) प्रश्नों में दिए गए निर्देशानुसार ही प्रश्न हल करने हैं।

(4) प्रश्न क्रमांक 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 एवं 30 में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

(5) जहाँ आवश्यक हो चित्र अवश्य बनाइए।

Instructions :

(1) All questions are compulsory.

(2) Marks have been indicated against each question.

(3) Questions are to be solved according to instructions given therein.

(4) Internal options are given in Question Nos. 17, 18, 23, 24, 27, 28, 29 and 30.

(5) Draw diagram wherever it is necessary.

1. सदिश $\left(\hat{i}-2\hat{j}\right)$ के समान्तर एकांक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

Find a unit vector parallel to the vector $\left(\hat{i}-2\hat{j}\right)$.

2. बिन्दु (4, 3, 5) की दूरी y अक्ष से ज्ञात कीजिए। 2

Find the distance of a point (4, 3, 5) from y axis.

3. यदि A = [1, 2, 3] तथा $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ हो, तो B′A′ का मान निकालिए। 2

If A = [1, 2, 3] and $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, then find the value of B′A′.

4. समीकरण $x^2 + y^2 = a^2$ के संगत अवकल समीकरण की रचना कीजिए। 2

Construct the differential equation of the family of curve $x^2 + y^2 = a^2$.

5. यदि दो समाश्रयण गुणांक क्रमशः 0.8 व 0.2 हों, तो सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

If two regression coefficients are 0.8 and 0.2 respectively, then find correlation coefficient.

6. रोले के प्रमेय को लिखिए। 2

State Rolle's theorem.

7. $\begin{vmatrix} 1 & \log y^x \\ \log x^y & 1 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find the value of $\begin{vmatrix} 1 & \log y^x \\ \log x^y & 1 \end{vmatrix}$.

8. λ का मान ज्ञात कीजिए, जबकि $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं। 2

Find the value of λ, where $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ are mutually perpendicular.

9. x के सापेक्ष $e^{\sin x}$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 2

Find the differential coefficient of $e^{\sin x}$ with respect to x.

10. यदि $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ हो, तो f(tan θ) का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, then find the value of $f(\tan \theta)$.

11. मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \to 0} \frac{x^3 \cot x}{1 - \cos x}$. 3

Find the value of : $\lim_{x \to 0} \frac{x^3 \cot x}{1 - \cos x}$.

12. एक रेखा अक्षों के साथ α, β व γ कोण बनाती हैं। सिद्ध कीजिए

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \cos^2 \gamma = 1 \text{।}$$ 3

Prove that $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \cos^2 \gamma = 1$, where α, β and γ are the angles that a line makes with coordinate axes.

13. मैट्रिक्स विधि से समीकरण हल कीजिए : 3

$$x + y = 9,\ 2x + y = 12.$$

Solve the equation by Matrix method :

$$x + y = 9,\ 2x + y = 12.$$

14. एक वृत्तीय प्लेट की त्रिज्या 0.2 से.मी./सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। जब त्रिज्या 10 से.मी. हो, तो प्लेट के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए। 3

The radius of a circular plate is increasing at the rate of 0.2 cm/sec. At what rate is the area increasing, when the radius of the plate is 10 cm ?

15. सिद्ध कीजिए : $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$. 3

Prove that : $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$.

16. उस बल युग्म का आघूर्ण ज्ञात कीजिए, जिसका बल $\bar{F} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, बिन्दु $(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ से गुजरे तथा बल $-\bar{F}$ बिन्दु $(2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k})$ से गुजरे। 3

Find the moment of couple consisting of the force $\bar{F} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ acting through the point $(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and the force $-\bar{F}$ acting through the point $(2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k})$.

17. यदि समाश्रयण रेखाएँ क्रमशः $2x - 9y + 6 = 0$ तथा $x - 2y + 1 = 0$ हों, तो सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कीजिए। 3

If the regression lines as $2x - 9y + 6 = 0$ and $x - 2y + 1 = 0$ are respectively, calculate the correlation coefficient.

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि सहसम्बन्ध गुणांक का मान −1 और +1 के बीच होता है।

Prove that the correlation coefficient lies between −1 to + 1.

18. अवकल समीकरण हल कीजिए : 3

$$(x + y + 1)\frac{dy}{dx} = 1.$$

Solve the differential equation :

$$(x + y + 1)\frac{dy}{dx} = 1.$$

अथवा *(Or)*

सिद्ध कीजिए कि $y = e^{2x}$ अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0$ का एक हल है।

Prove that $y = e^{2x}$ is a solution of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0$.

19. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि वृत्तार्द्ध का कोण समकोण होता है। 4

Prove by vector method that the angle of a semicircle is right angle.

4ono.com

20. एक चर समतल मूल बिन्दु से P दूरी पर रहता है तथा अक्षों को A, B और C पर काटता है। A, B व C से निर्देशांक समतलों के समान्तर समतल खींचे जाते हैं। सिद्ध कीजिए कि प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=\frac{1}{p^2}$ है। 4

A variable plane is at a constant distance P from the origin and meets the axes at A, B and C. Through A, B and C the planes are drawn parallel to the coordinate planes. Prove that the locus of their points of intersection is given by

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=\frac{1}{p^2}.$$

21. दिखाइए कि निम्नांकित रेखाएँ प्रतिच्छेद नहीं करती हैं : 4

$$\vec{r}=\left(\hat{i}-\hat{j}\right)+\lambda\left(2\hat{i}+\hat{k}\right) \text{ तथा } \vec{r}=\left(2\hat{i}-\hat{j}\right)+\mu\left(\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right).$$

Show that the following lines do not intersect :

$$\vec{r}=\left(\hat{i}-\hat{j}\right)+\lambda\left(2\hat{i}+\hat{k}\right) \text{ and } \vec{r}=\left(2\hat{i}-\hat{j}\right)+\mu\left(\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right).$$

22. $y=\tan^{-1}\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 4

Differentiate $y=\tan^{-1}\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$ with respect to x.

23. $\sqrt{\sin x}$ का प्रथम सिद्धान्त से अवकलन कीजिए। 4

Differentiate $\sqrt{\sin x}$ by first principle.

अथवा *(Or)*

यदि $x^y = e^{x-y}$ हो, तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\log x}{(1+\log x)^2}.$$

4ono.com

If $x^y = e^{x-y}$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+\log x)^2}.$$

24. $\int \frac{x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^{3/2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Find the value of $\int \frac{x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^{3/2}} dx$.

अथवा *(Or)*

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{x(x^n+1)}$.

Find the value of : $\int \frac{dx}{x(x^n+1)}$.

25. मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{a \sin^2 x + b \cos^2 x}$. 5

Find the value of : $\int \frac{dx}{a \sin^2 x + b \cos^2 x}$.

26. निम्नलिखित आँकड़ों से y का मान ज्ञात कीजिए, जबकि x = 12 : 5

श्रेणी	x	y
माध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

जबकि सहसम्बन्ध गुणांक P = 0.99.

Estimate the value of y from the following data, when x = 12 :

Series	x	y
Mean	7.6	14.8
Standard deviation	3.6	2.5

Coefficient of correlation P = 0.99.

4ono.com

27. दो रिक्त पदों हेतु साक्षात्कार में अरुण तथा तरुण शामिल हुए। अरुण के चुने जाने की प्रायिकता 1/2 तथा तरुण के चुने जाने की प्रायिकता 1/5 है। उनमें से केवल एक के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

Arun and Tarun appear for an interview for two vacancies. The probability of Arun's selection is 1/2 and that of Tarun's selection is 1/5. Find the probability that only one of them is selected.

अथवा *(Or)*

यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ हो, तो निम्न के मान ज्ञात कीजिए :

(i) $P\left(\frac{A}{B}\right)$ (ii) $P\left(\frac{B}{A}\right)$ (iii) $P(A \cup B)$.

If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, then find the value of the following :

(i) $P\left(\frac{A}{B}\right)$ (ii) $P\left(\frac{B}{A}\right)$ (iii) $P(A \cup B)$.

28. सिम्पसन नियम से $\int_0^4 e^x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए, जबकि $e^0 = 1$, $e^1 = 2.72$, $e^2 = 7.39$, $e^3 = 20.09$ तथा $e^4 = 54.60$. 5

Find the value of $\int_0^4 e^x \, dx$ by Simpson's rule, when $e^0 = 1$, $e^1 = 2.72$, $e^2 = 7.39$, $e^3 = 20.09$ and $e^4 = 54.60$.

अथवा *(Or)*

न्यूटन रेफसन विधि से 5 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

Find the square root of 5 by Newton Raphson's method.

29. बिन्दु (– 3, 7, – 7) का xy समतल पर प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए। 6

Find the image of the point (– 3, 7, – 7) on the xy plane.

4ono.com

अथवा *(Or)*

एक समतल स्थिर बिन्दु (a, b, c) से गुजरता है। दर्शाइए कि इस पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दुपथ गोला $x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0$ है।

A plane passes through a fixed point (a, b, c). Show that the locus of the foot of the perpendicular to it from the origin is the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0.$$

30. सिद्ध कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$ 6

Prove that : $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$

अथवा *(Or)*

वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the whole area of circle $x^2 + y^2 = a^2$.

4ono.com